

| | |
|---------------|---|
| Title | リー環ノ左右正規表現ニツイテノ一注意 |
| Author(s) | 中山, 正 |
| Citation | 全国紙上数学談話会. 199 p.251-p.255 |
| Issue Date | 1940-07-08 |
| oaire:version | VoR |
| URL | https://doi.org/10.18910/74798 |
| rights | |
| Note | |

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

868. リー環ノ左右正規表現ニツイテノ
注意

中山 正 (阪大)

先月ノ東京ノ談話會ニ於ケル正田先生ノ御話ニ中ニ
次ノ當然豫期サルベキ、然レ考ヘテ見ルト却々含蓄ノア
ル面白い一定理ガ挿入サレテアツタ様ニ伺ツテ居リマス：
フルー次変換群ガソノ変数ノ一部分ニミ関連スルヤウナ
*invariant*ヲ持テバソレハ可約ナル。 (χ ジン標数
0)。

証明ハ容易デ *polarization* デ *multilinear*
 + ホシタ 后 (其ノ後ハ実ハ標数ハカマハス) ハ結局 次々
 次ノコト = 帰着サレルワケデス。 A_a, B_a デウゴク (3)
 ト (7c) ノ双一次形式デ *invariant* ノモノガアルタメ
 $\epsilon = 0$ 、即チ $A_a \times B_a$ ナル積表現ガ1ナル第一成分ヲモツ
 タメ $\epsilon = 0$ 、 A_a ト $(B'_a)^{-1} = B_a^*$ デ *intertwine* スル行列
 スナハチ $A_a G = G B_a^*$ デミタス G ガアルコトト同ジデアル。
 (書イテ見レバー目明瞭ナコト)。同様ノコトハ *Lie*
 環ノ表現 = ツイテモイヘル。即チ、アル *Lie* 環ノ表現
 $A_a, B_a = \text{ヨツテウゴク } (\xi), (\eta)$ ノ双二次形式 $G(\xi, \eta)$
 ガ *invariant* ナコト。即チ $A_a \times E_1 + E_2 \times B_a$ (タ
 ヅシ E_1, E_2 ハ B_a, A_a ト同ジ次数ノ単位行列) ガ0表
 現ヲ第一成分 = モツコトガ、 A_a ト $-B'_a = B_a^*$ ガ G デ
intertwine サレルコトト同ジデアル。(コレヲノ事ハ
 R. Branner = ヨツテ巧ミ = 利用サレタ。例ヘバ吉田氏
 リハ環論 §16 参照)。

シカルニ、コノ *Lie* 環ノ場合、 B_a ガアル *Ideal* デ
左表現加群 ト考ヘタトキ = 與ヘラレル表現 + ラバ B_a^* ハ同
 ジ *Ideal* デ 右表現加群 ト見タトキノ表現 = 他ナラナ
 イ。ヨツテ、アル *Ideal* デ左、右表現加群ト見タトキノ
 表現ガ同値デ而シテ G ナル行列デ変換サレルタメ $\epsilon = 0$ 、ソ
 ノ *Ideal* ノ元 = *depend* スル *non-singular*
 ノ双一次形式 $G(x, y)$ デ *invariant* ナモノガアル
 コトガ必要且ツ充分デアルコト = ナリマス。コニ $\epsilon = G(x,$

$y)$ が invariant トハ $G(x \circ a, y) + G(x, y \circ a) = 0$ (任意 a に対シテ) ノコトデアアル。(タジシ $G(x, y)$ ハ x, y ノ 坐標 = ツイテノ行列 G ノ双二次形式ノ形 = カイタモノトスル)

例ヘバ Lie 環ノ 左右ノ正規表現 が同値デアアルタメノアル意味ノ Criterion ナドモ得ラレタウケデアアル。タジシ Criterion ト云フベク念ハ trivial ナ云ヒ換ヘ = スギナイデセウ。シカモウシモ目新ラシイコトデアアリマセウガ、タジコノ事ハ 陰 = 陽 = discriminant が左右正規表現ヲ intertwine (用ヒラレレノハ Transform ノ場合) スルト云フヤウナ形デ Lie 環ノ表現論、特ニ Casimir 行列ノトコロナドニ出テクルコトデスガ、ドウモ結局 discriminant ノ場合ヲヤルト云フワケカラ デモアリマセウカ、ハジメカラ二次形式 $G(x, x) = 0$ ガギツテアルノガ氣ニナツテ念ノタメ書イタマデアス。ナホ Casimir 行列モ (アノ級テノ表現行列ト可換デアアルトイフ云ハ、形式的ノ所ハ) 勿論二次形式、シタガツテ對称行列シカモ non-singular ナモノカラ出発スル必要ハナク 左右正規表現ヲ intertwine スル任意ノ行列 $G = (g_{i,k}) = \text{對シテ } C = \sum_{i,k} g_{i,k} A(a_i) A(a_k)$ ナル行列が任意ノ表現行列 $A(a)$ ト可換デアアルコトハ直チニ知ラレル。

Lie 環デナイ普通ノ多元環ノ場合、左右正規表現ノ同値ナ多元環 (Frobeniusian algebra)

ニツイテハ 割 = 面白イ性質が出ヌノデシタガ、ソレハ左右
 正規表現ヲ Transform スル non-singular +
 行列ノ存在カラ 直チニ出ル。スナハチ 表現論的 + 意義
 ヲモツ左右 Ideal lattices ノ逆同型ノ他ニ更ニ
 annihilation = ヨル。スナハチ 云ハバ環論的 +
 Ideal lattices ノ逆同型ガアルカラデシタ。シカル
 = Lie 環ノ場合ニモ第一ノ表現論的ノ Ideal lattice
 ノ逆(自己)同型ハ明カデス。ソレ以外ドウモ目星シイ性質
 モ見當ラナイノデスガ!? (ナホ普通ノ多元環ノ構造論
 ニハ何モハジメノ表現論的逆同型ハ有用ニツカハレテキマ
 センガ(ソレハ annihilation ノ方が便利), Lie 環
 ノ場合ニハ semi-simple ノ Simple ノ直和ニワケ
 ルトコロデソレノ非常ニ特殊ナ場合ガ顔ヲ出シテキルワケ
 ダト思ヒマス)。

次ニ、上ニ双一次形式デヨイノ二次形式ニスルノハ
 ナドト云ヒマシタガ、ソレナラバ實際左右正規表現ヲ
 Transform スル 對称デナイ non-singular + 行
 列ハ存在スルケレドモ、對称ナ non-singular + モ
 ノハ存在シナイ。トイフ様ナ例ハアルデセウカ?(勿論無
 クトモ双一次形式デマッテオイタ方がヨイコトハ明カデスガ、
 シカシ意味ハ少イワケデスカラ)。ドウモソウシタ例ハ目下
 持ち合セナイノデスガ、サリトテ對称デナイノデアレバ對称
 ノデモアルトイフコトガ想像サレルトイフノデモナク、トモ
 カク、コレラノ爲デ御教示ヲ願ヘレバト思フ次第デス。

モトモト左右正規表現が同値な *semi-simple* な
+イ *Lie* 環ノ例ヲ色々ツクルコトが或意味デ面倒デス。
次ノ方法ナド 対称行列デ *transform* される場合デス
が何か=便利ナコトモ +イデセウカ:

\mathcal{O} 7 *associative algebra* 7 *symmetric*
(*Brane-Hesbitt*ノ意味デ) +モノトスル。シカ
ラバ、ソレ7 *Lie* 環ト考ヘテモヤハリ同じ対称行列デ
transform される。更ニ \mathcal{O} ノ中ノ *non-singular*
+ *symmetric* + *hyperplane* H が 1 7
7クマヌ+ラバ H 7 *Lie* 環ト考ヘタトキ (H ハスベテノ
*commutator*ヲ含ムコト=注意)。ヤハリコレが左右
正規表現が対称行列デ *transform* されるモノニナル。
証明ハ イッレモ殆ンド自明。